

**IV Областная олимпиада школьников по информатике**  
**Заключительный этап, 8 класс, 2019-2020 учебный год**

**Задача 1. «Битовые карты» (4 балла)**

Квадратная битовая карта  $A$  представляет собой матрицу размера  $n \times n$ , любой элемент  $a[i, j]$  которой может принимать значение либо 0, либо 1.

В задаче будем использовать следующие простейшие операции над битовыми картами:

<b>INV(A)</b>	<p>результатом является битовая карта <math>B</math>, в которой <math>b[i, j] = 1</math>, если <math>a[i, j] = 0</math>, и <math>b[i, j] = 0</math>, если <math>a[i, j] = 1</math>;                      Например, для</p> $A = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$ $INV(A) = \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$
<b>MAX(A, B)</b>	<p>результатом является битовая карта <math>C</math>, в которой <math>c[i, j] = \max(a[i, j], b[i, j])</math>;                      Например, для</p> $A = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$ $MAX(A, B) = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
<b>MIN(A, B)</b>	<p>результатом является битовая карта <math>C</math>, в которой <math>c[i, j] = \min(a[i, j], b[i, j])</math>;                      Например, для</p> $A = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$ $MIN(A, B) = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}$
<b>TRANS(A)</b>	<p>результатом является битовая карта <math>B</math>, в которой <math>b[i, j] = a[j, i]</math>;                      Например, для</p> $A = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$ $TRANS(A) = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{matrix}$
<b>MASK(A)</b>	<p>результатом является битовая карта <math>B</math>, в которой <math>b[i, j] = 0</math>, если <math>i \leq n/2, j \geq n/2</math>, и <math>b[i, j] = a[i, j]</math> при всех остальных <math>i, j</math>.                      Например, для</p> $A = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$

	$MASK(A) = \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}$
--	--

Из простейших операций можно составлять составные операции. Например, составная операция  $MIN(A, INV(TRANS(A)))$  применённая к следующей карте

$A = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{matrix}$      даст в результате карту:  $\begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{matrix}$

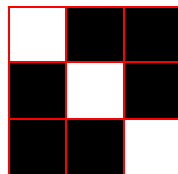
Запишите битовую маску, которая получится в результате применения команды  $MIN(MAX(TRANS(A), INV(A)), A)$  к битовой карте  $A$  размера  $3 \times 3$ :

$A = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{matrix}$

### Задача 2. «Черно-белая графика» (4 балла)

Картинка представляет собой прямоугольную таблицу, каждая клеточка которой покрашена в чёрный или белый цвет. Сначала чёрные клеточки обозначаются буквой «В», белые клеточки обозначаются буквой «W». Затем буквы из таблицы записываются подряд в одну строку: сначала первая строка, затем вторая и т. д.

Например, пусть дана следующая картинка:     Обозначим     клеточки буквами:



W	B	B
B	W	B
B	B	W

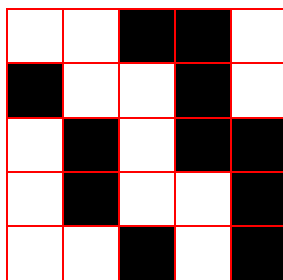
Теперь запишем все буквы в одну строку: «WBBWBWW». Далее эту строку можно сжать, используя следующие правила. Если перед буквой записано число, то это означает повторение данной буквы указанное число раз. Например, вместо «BBB» можно написать «3B».

После числа можно написать не одну букву, а последовательность букв в скобках. Например, запись «4(BW)» будет означать последовательность «BWBWBW».

Также внутри скобок могут быть записаны не только буквы «B» и «W», но и любые правильно закодированные последовательности, в т.ч. содержащие числа и скобки.

Приведённую выше картинку можно закодировать, например, таким способом: «2(W3B)W».

Дана следующая картинка. Закодируйте её при помощи как можно более короткой последовательности.



Ответ на эту задачу необходимо записать в виде строки, состоящей из букв «В» и «W», чисел и скобок, последовательность должна быть корректной и после распаковки должна соответствовать приведённой картинке. При сдаче задачи проверяется корректность последовательности и то, что в результате распаковки будет получена данная картинка.

### Задача 3. «ЦИФРА» (4 балла).

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, И, Р, Ф, Ц записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ААААА
2. ААААИ
3. ААААР
4. ААААФ
5. ААААЦ

....

Под каким номером в этом списке стоит слово ЦИФРА ?

### Задача 4. «Повелители цифр» (5 баллов)

Вадик и Кирилл поспорили, кто быстрее подсчитает количество чисел, содержащих только четные цифры и не превосходящих заданное  $N$ . Написать программу, которая позволит ребятам проверить свои вычисления.

#### Входные данные

В единственной строке записано натуральное число  $N$ , не превышающее 10000.

#### Выходные данные

В единственную строку нужно вывести одно целое число — ответ на задачу.

#### Пример

Стандартный ввод	Стандартный вывод
701	100

**Задача 5. «Полные квадраты» (5 баллов)**

Найдите полные квадраты натуральных чисел (не превышающих  $N$ ), которые состоят только из цифр 1, 2 и 3.

**Входные данные**

В единственной строке записано натуральное число  $N$ , не превышающее  $10^9$ .

**Выходные данные**

Вывести пары (число, полный квадрат), удовлетворяющие условию задачи.

**Пример**

Стандартный ввод	Стандартный вывод
100	1 1 11 121