

Всероссийская олимпиада школьников по информатике
Вологодская область
II (муниципальный) этап
2018-2019 учебный год
7 - 8 классы

Методические рекомендации по разбору задач

Задача 1. Робот (100 баллов)

Задача решается из очевидных соображений, но требует аккуратности при подсчёте ответа на 3-й вопрос.

Верные ответы: 8 С3 25 2.

Задача 2. Слова (100 баллов)

Ответы на первые два вопроса можно получить, просто выписав и сосчитав все подходящие слова.

Для ответа на третий вопрос заметим, что искомое количество – это количество слов длины 1, длины 2, ..., длины m , количества которых равны $2^1, 2^2, \dots, 2^m$. Ответом будет $2^1 + 2^2 + \dots + 2^m$. Его можно сосчитать непосредственно по этой формуле, либо преобразовать к более простой форме: $2^{m+1} - 2$.

Ответ на 4-й вопрос можно получить так. Вначале добавим к ответу 2 – это количество слов длин 1. Теперь пусть $c_aa[i], c_ax[i], c_xa[i], c_xx[i]$ – количества слов длины i , которые кончаются на соответствующую пару букв. Заметим, что при переходе к длине i следующие значения можно получить из предыдущих:

$$c_aa[i] = c_xa[i-1]$$

$$c_ax[i] = c_aa[i-1] + c_xa[i-1]$$

$$c_xa[i] = c_ax[i-1] + c_xx[i-1]$$

$$c_xx[i] = c_ax[i-1]$$

Последовательно сосчитаем данные значения для $i = 3, \dots, m$ и сложим все значения – это и будет ответ. Разумеется, нет необходимости делать это вручную – можно например, воспользоваться программой для работы с электронными таблицами (MS Excel или аналогичной) или написать свою программу. Пример, как выглядит расчёт в Excel:

B10		fx =A9+C9				
	A	B	C	D	E	F
1	C_AA	C_AX	C_XA	C_XX	Итого	Плюс слова длины 1
2	1	1	1	1	4	
3	1	2	2	1	6	
4	2	3	3	2	10	
5	3	5	5	3	16	
6	5	8	8	5	26	
7	8	13	13	8	42	
8	13	21	21	13	68	
9	21	34	34	21	110	
10	34	55	55	34	178	2
11					460	462

Ответом будет число 462. Заметим, что описанный способ решения является частным случаем метода динамического программирования.

Интересно отметить, что столбцы в таблице – это последовательные числа Фибоначчи. Тогда ответ на 4-й вопрос после несложных преобразований можно также найти по формуле $2 \cdot (f_5 + f_7 + f_9 + 2 \cdot f_{11}) + 2 = 2 \cdot (5 + 13 + 34 + 2 \cdot 89) + 2 = 462$.

Верные ответы на все вопросы: 30 22 2046 462.

Задача 3. Алгоритм (100 баллов)

Ответить на вопросы задачи можно двумя путями. Первый способ – проанализировать данный алгоритм и понять, как именно он работает.

Второй способ – переписать алгоритм в виде процедуры на любом языке программирования, вызывать её в цикле с разными значениями x и получить ответы экспериментально.

Верные ответы: 3 16 999 288.

Задача 4. Каждый третий (100 баллов)

Первую подзадачу можно решить «в лоб» – выполняя ровно то, что написано в условии. При этом допускается неэффективная реализация – например, каждый раз удалять символ со сдвигом всей оставшейся части строки, что приведёт к квадратичному времени работы.

Вторую подзадачу необходимо решать более эффективно, чем за квадрат. Простейший способ это сделать – не удалять символы в исходной строке, а добавлять оставшиеся символы в конец новой строки. Разумеется, нужно, чтобы операция добавления в конец строки работала за $O(1)$: например, на языке Java следует вместо класса *String* использовать класс *StringBuilder* с функцией *append*.

Пример решения на C++:

```
#include <bits/stdc++.h>

int main() {
    std::string s;
    std::cin >> s;
    while (s.length() > 2) {
        std::string t;
        int len = s.length();
        for(int i = 2; i < len; i += 3)
            s[i] = '$'; // помечаем для удаления
        for(int i = 0; i < len; i++)
            if (s[i] != '$')
                t.push_back(s[i]);
        std::reverse(t.begin(), t.end());
        s.swap(t);
    }
    std::cout << std::min(s[0], s[1]) << std::max(s[0], s[1]);
}
```

Задача 5. Код (100 баллов)

Для решения данной задачи достаточно перебрать 24 возможных перестановки четырёх частей кода и каждый раз проверить, что полученная строка является корректным кодом.

Немного усложняет задачу запрет одинаковых кодов в ответе – необходимо проверять, не был ли очередной код уже выведен ранее.

Пример решения на C++:

```
#include <bits/stdc++.h>
#include <string>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <regex>
#include <set>

int main() {
    std::string v[4];
    std::cin >> v[0] >> v[1] >> v[2] >> v[3];
    std::sort(v, v + 4);
    std::regex code("[0-9][0-9][.][0-9][0-9][.][0-9][0-9][.][0-9][0-9]");
    std::set<std::string> used;
    for(;;) {
        std::string s = v[0] + v[1] + v[2] + v[3];
        if (std::regex_match(s, code) && used.count(s) == 0) {
            std::cout << s << '\n';
        }
    }
}
```

```
        used.insert(s);  
    }  
    if (!std::next_permutation(v, v + 4)) break;  
}  
}
```

В данном решении для уменьшения кода используются возможности современного C++ (регулярные выражения, библиотека STL). Однако, не представляет особой сложности написать решение, зная лишь базовые элементы языка – условия, циклы, массивы и строки.

В материалах олимпиады можно найти также примеры и других решений задач.